

# Modelo electromagnético para la velocidad volumétrica local de absorción de fotones en la fotocatalisis heterogénea

## Electromagnetic model for local volumetric rate of photon absorption in heterogeneous photocatalysis

López, Andrés Felipe<sup>1</sup>; Ramos, Germán Ernesto<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidad Libre. Director de Investigación, Facultad de Ingeniería.

<sup>2</sup>Universidad Cooperativa de Colombia. Docente tiempo completo

Fecha de recepción: septiembre de 2015 / Fecha de aceptación: enero de 2016

### Resumen

Las reacciones fotocatalíticas se inician en el instante en que la partícula de catalizador absorbe un fotón capaz de generar portadores de carga en su interior. Por esta razón es preciso cuantificar la velocidad volumétrica local de absorción de fotones (LVRPA). El rendimiento del proceso fotocatalítico se puede determinar cuando las distribuciones espaciales y direccionales de intensidades de radiación se conocen en la suspensión, resolviendo en parte el problema de la velocidad de reacción. Esta relación es descrita mediante la (LVRPA) que representa la distribución espacial o disponibilidad fotónica en el reactor. Las ondas electromagnéticas (fotones) que son las encargadas del proceso de activación del catalizador cuando penetran en el medio, son dispersadas, absorbidas y reflejadas por la suspensión. El modelo electromagnético para la determinación de la velocidad de absorción fotónica, se desarrolló en función de las características eléctricas y magnéticas del medio, considerando factores de fase y atenuación de la suspensión a tratar. Para tal fin se evaluó experimentalmente la permitividad, permeabilidad y conductividad de la suspensión. Se empleó el modelo de seis flujos para simular la absorción fotónica. El modelo desarrollado es un enfoque nuevo respecto a los reportados en la literatura y su validación mostró una desviación aceptable con base en los datos reportados.

**Palabras Clave:** radiación solar, absorción y foto catálisis.

### Abstract

Photocatalytic reactions are initiated at the instant that the catalyst particle absorbs a photon can generate charge carriers therein, therefore it is necessary to quantify the local volumetric rate of absorption of photons (LVRPA). Performance photocatalytic process can determine when the spatial and directional distributions of radiation are known in the suspension, partly solved the problem of the reaction rate. This relationship is described by (LVRPA) representing the spatial distribution or photonic availability in the reactor. Electromagnetic waves (photons) which are responsible of catalyst activation process when penetrating the medium, are dispersed, absorbed and reflected by the suspension. The electromagnetic model for determining the speed of photon absorption was developed based on the electrical and magnetic characteristics of the medium, considering factors phase and attenuation of the suspension to be treated. For this purpose was experimentally evaluated the permittivity, permeability and conductivity of the suspension. Six flows model was used to simulate the photonic absorption. The model developed is a new approach to those reported in the literature and validation showed acceptable deviation based on the data reported.

**Keywords:** solar radiation, absorption and photocatalysis.

## Introducción

La fotocatalisis heterogénea basada en  $\text{TiO}_2$  y semiconductores modificados se ha utilizado últimamente para el tratamiento y purificación de efluentes ligeramente contaminados ( $< 1 \text{ mg L}^{-1}$ ), en auto-limpieza de superficies y como ruta alternativa en la generación de energía de manera sostenible. Mediante la irradiación del semiconductor con niveles de energía superior a su band gap ( $\text{TiO}_2 \lambda < 384 \text{ nm}$ ) se genera un par electrón/hueco, capaz de iniciar reacciones de reducción y oxidación. Las reacciones de oxidación por medio de los huecos generados, se produce en la superficie del  $\text{TiO}_2$  en medio acuoso a través de radicales hidroxilos responsables de la degradación de una amplia gama de contaminantes dentro de los que se cuentan compuestos orgánicos, inorgánicos e inactivación de microorganismos y toxinas. Los electrones fotogenerados pueden reducir metales pesados y emplearse en la generación de hidrógeno fotocatalítico [1].

Bastantes han sido los resultados obtenidos a escala de laboratorio, pero lamentablemente muchos de ellos no tienen éxito a nivel industrial o comercial, puesto que la técnica requiere, entre otros factores, del adecuado escalado de fotorreactores diseñados para tal fin. Debido a lo complejo del estudio de la interacción entre los fotones incidentes y los pares electrón/hueco fotogenerados y su relación existente entre la óptica del fotorreactor, muchas de las aplicaciones comerciales se han presentado, realizando

aproximaciones. Parte de esta limitación se debe a que el escalado del fotorreactor se fundamenta en la determinación de los parámetros cinéticos, los cuales son función del rendimiento cuántico en el fotorreactor. Dicho rendimiento se puede determinar cuando las distribuciones espaciales y direccionales de intensidades de radiación se conocen en la suspensión, resolviendo en parte el problema de la velocidad de reacción. Esta relación es descrita mediante la velocidad de absorción local de fotones (LVRPA) que representa la distribución espacial o disponibilidad fotónica en el reactor. Las ondas electromagnéticas (fotones) que son las encargadas del proceso de activación del catalizador cuando penetran en el medio, son dispersadas, absorbidas y reflejadas por la suspensión. La descripción de este complejo proceso se realiza mediante un modelo físico matemático, al que se le conoce como ecuación de transferencia radiativa (ETR).

En esta investigación se realizó un modelo electromagnético para la determinación de la velocidad volumétrica local de absorción de fotones. Basados en las características eléctricas y magnéticas de la suspensión se pudo determinar el rendimiento cuántico del proceso fotocatalítico heterogéneo ( $\text{TiO}_2$ ) en el colector. El análisis de las características electromagnéticas del medio permitió realizar un estimativo de la absorción de energía local inherente al medio, para poder obtener un modelo de la velocidad volumétrica local de absorción de fotones. Para tal fin se diseñaron experimentos conducentes a la determinación de los parámetros

electromagnéticos que participan en la solución matemática del modelo. El modelo fue validado con datos de la literatura [2] bajo las mismas condiciones experimentales reportadas, presentándose un ajuste claro entre las medidas reportadas y el modelo electromagnético desarrollado.

Modelo Electromagnético de la LVRPA: Se utilizó el enfoque de dos flujos TFM [3] y el de seis flujos SFM [4] para la elaboración del modelo de la LVRPA propuesto. Utilizando la teoría electromagnética se presentó una forma de establecer la LVRPA a partir de las características del medio y de la frecuencia de los rayos incidentes sobre el medio acuoso, los cuales corresponden a los rayos reflejados por la superficie reflectante del colector.

Con el fin de delimitar el estudio, además de establecer un “sincretismo” entre lo desarrollado con los modelos de 2 y 6 flujos, como se ve en la Figura 1.

Se supusieron las siguientes condiciones del modelo:

### Condiciones del modelo electromagnético

- Sistema de coordenadas cilíndricas, describen de la mejor manera el comportamiento de los rayos reflejados por los planos reflectores del colector sobre el tubo cilíndrico de vidrio por el que discurre la suspensión.
- La dirección de incidencia de los rayos es radial respecto al sistema de coordenadas cilíndrico propuesto, como se evidencia en la Figura 1.
- Existen planos con la misma forma de distribución de partículas.
- Los rayos incidentes serán reflejados con un ángulo  $\theta$  respecto a la dirección radial.
- El catalizador absorbe toda la radiación local. Debido a esto se hace necesario calcular el factor de atenuación de las ondas electromagnéticas en el medio.
- No hay emisión por el sistema heterogéneo.

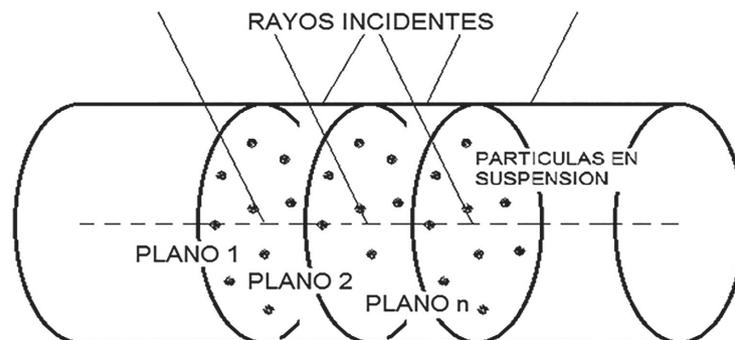


Figura 1. Representación de los planos en el reactor cilíndrico. Rayos incidentes radiales y distribución del  $\text{TiO}_2$  en suspensión

El procedimiento para la obtención del modelo se describe a continuación:

- a. Elección de los modelos de flujos: El modelo de flujos representa una manera de describir la forma cómo los fotones interactúan con la suspensión. El flujo de fotones fue modelado suponiendo que los fotones que interactuaban con el medio, presentaban solamente dos direcciones posibles de dispersión (adelante–atrás). El modelo de seis flujos representa el modelo de dos flujos llevado a tres coordenadas rectangulares, de tal manera que existirían 6 posibles direcciones de dispersión (6 flujos). Este hecho establece la posibilidad de tener el modelo de 6 flujos ya no en coordenadas cartesianas, sino en coordenadas cilíndricas.
- b. Sustituto de la derivación: Se presentó un desarrollo matemático para establecer el sustituto adecuado a la derivación total (tasa de cambio en una dimensión). Se estableció que el sustituto adecuado para la derivada unidimensional es la divergencia.
- c. Modelo propuesto: Los modelos de 2 y 6 flujos representan aproximaciones de cómo los fotones interactúan con el medio. Se propuso entonces que el flujo de fotones por unidad de área que impactan la partícula debe ser proporcionales a la cantidad de fotones que penetran la suspensión.
- d. Solución de la ecuación propuesta: Tomando la divergencia en coordenadas

cilíndricas se solucionó la ecuación diferencial parcial, utilizando el método de separación de variables de Fourier, donde apareció una constante (dependiente de las condiciones iniciales) y un valor propio (dependiente de las condiciones de frontera), las cuales debieron ser determinadas para la obtención del modelo electromagnético propuesto, que a todas luces representa una nueva forma de afrontar el problema.

- e. Determinación de las constantes: Para determinar las constantes se aplicaron los conceptos de factor de atenuación, fase y de propagación, en un medio donde la densidad o distribución de cargas no es significativa. Los factores de atenuación y fase están relacionados con las constantes.

La divergencia mide la tasa de cambio de volumen asociada al campo  $U$ . Se ha podido establecer finalmente que el sustituto adecuado a la derivada como razón de cambio en  $\mathbb{R}^1$  es la divergencia [6].

Bajo el supuesto que el sustituto adecuado en  $\mathbb{R}^2$  para la derivada es la divergencia, se puede expresar que la divergencia del campo es proporcional a la magnitud del mismo, es decir, es una extrapolación 3D a lo que comúnmente se conoce como Ley de Absorción de Lambert en 1D. Bajo esta suposición y las enumeradas en el modelo propuesto, estas hipótesis llevan a la ecuación propuesta.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{I} + k|\vec{I}| = 0 \quad (1)$$

El principio de Lambert (Ec. 2) afirma que cuando un rayo de luz pasa por una sustancia, la razón con la que decrece su intensidad  $I$  es proporcional a  $I(r)$ , en donde  $r$  representa el espesor del medio.

$$\frac{dI}{dr} = -\alpha I \quad (2)$$

En coordenadas curvilíneas ortogonales, ecuación de Lambert en  $\mathbb{R}^3$ , se representa en la Ec. 3

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{I} + k|\vec{I}| = \frac{1}{J} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial q_i} \left( \frac{J I_i}{h_i} \right) + kI \quad (3)$$

Los  $h_i$  son los factores de escala en la transformación de coordenadas. Los valores correspondientes a las coordenadas cilíndricas, son  $h_r=1$ ;  $h_\theta=r$ ;  $h_z=1$  con lo cual la Ec. 3 toma la forma

$$\frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r}(rI) + \frac{\partial}{\partial \theta}(I) + \frac{\partial}{\partial z}(I) \right\} + kI = 0 \quad (4)$$

Por las condiciones expuestas en el modelo (condición 3), la Ec.4 no depende de  $z$  con lo cual la ecuación propuesta puede escribirse como:

$$\frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r}(rI) + \frac{\partial}{\partial \theta}(I) \right\} + kI = 0 \quad (5)$$

La que representa una variación radial del flujo dependiente del factor  $k$  que se relaciona con las características electromagnéticas del medio.

Para encontrar la solución de la ecuación diferencial parcial (Ec.5) se planteó la solución por el método de separación de variables de Fourier [7] suponiendo la solución de la ecuación de la forma:

$$I(r, \theta) = R(r) \Theta(\theta) \quad (6)$$

La solución de la Ec.5 es:

$$I(r, \theta) = I_0 r^{(\lambda-1)} e^{-(kr+\lambda\theta)}$$

$$\text{y como } r^{\lambda-1} = e^{Ln r^{\lambda-1}} = e^{(\lambda-1)Ln r} \quad (7)$$

Se puede escribir como:

$$I(r, \theta) = I_0 e^{(\lambda-1)Ln r - kr} e^{-\lambda\theta} \quad (8)$$

Los valores de  $\lambda$  y  $k$  corresponden a los valores propios de la Ec.8 relacionada con las condiciones de frontera y las características electromagnéticas de la suspensión respectivamente. Estas son la conductividad eléctrica, la permeabilidad magnética y la permitividad eléctrica, que son propias del medio en donde se propaga la onda electromagnética (suspensión).

Por ser la luz una onda electromagnética, está sometida al fenómeno de atenuación (pérdida de potencia al penetrar en el medio). Dicha pérdida de potencia está relacionada con la profundidad de penetración de la onda y del factor de atenuación de la misma en el medio.

Como se mencionó anteriormente, cuando la onda electromagnética pasa por una sustancia, la razón con la que decrece su intensidad  $I$  es proporcional a  $I(r)$ , en donde  $r$  representa la longitud de penetración del rayo de luz en el medio Ec. 2. El factor  $\alpha$  representa la atenuación que es propia de cada medio y está relacionada con las propiedades del mismo.

Claramente se puede establecer que parte de dicha pérdida está relacionada con la absorción de la radiación por parte del semiconductor para poder participar del proceso de fotodegradación de los contaminantes (condición 5 y 6). Este factor está relacionado con  $\lambda$  de la solución del modelo propuesto (Ec. 5).

Como:

$$(\lambda - 1) Lnr - kr = \alpha r = \omega \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2} \left[ \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} - 1 \right]} r \quad (9)$$

Se obtiene que

$$\lambda = 1 \quad (10)$$

Ahora debe cumplirse la condición que  $\lambda\theta = \beta\theta$  teniendo presente que  $\beta$  (Factor de fase de la onda electromagnética) es la parte imaginaria del complejo  $\gamma$  (Factor de propagación) [15]. Sí  $\lambda=1$ , se tiene

que  $\theta = -j\beta$  ó  $\theta = 0$ . Para cualquiera de los dos casos, la solución de la ecuación es independiente de la variación de ángulo que es constante. Así, el modelo propuesto toma la forma:

$$I(r, \theta) = I_0 e^{-\omega \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2} \left[ \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} - 1 \right]} \cdot r} \cdot e^{-\left( \omega \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2} \left[ \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} - 1 \right]} \right)} \quad (11)$$

La Ec. 11 corresponde a la solución analítica del modelo propuesto (Ec. 5) con las condiciones establecidas en el desarrollo donde

$\omega$  representa la frecuencia promedio de los rayos incidentes (frecuencia promedio de la radiación UV).

$\mu$  es la permeabilidad magnética de la suspensión.

$\varepsilon$  es la permitividad eléctrica de la suspensión.

$\sigma$  es la conductividad eléctrica de la suspensión.

## Validación del modelo propuesto

La Tabla 1 recoge los valores obtenidos experimentalmente para resistencia (R), susceptibilidad y permitividad. La

permeabilidad magnética ( $\mu$ ) fue obtenida mediante medidas indirectas referidas al método experimental. El valor de la última columna corresponde a los cálculos hechos respecto a la relación descrita en la Ec. 14 para el factor de atenuación.

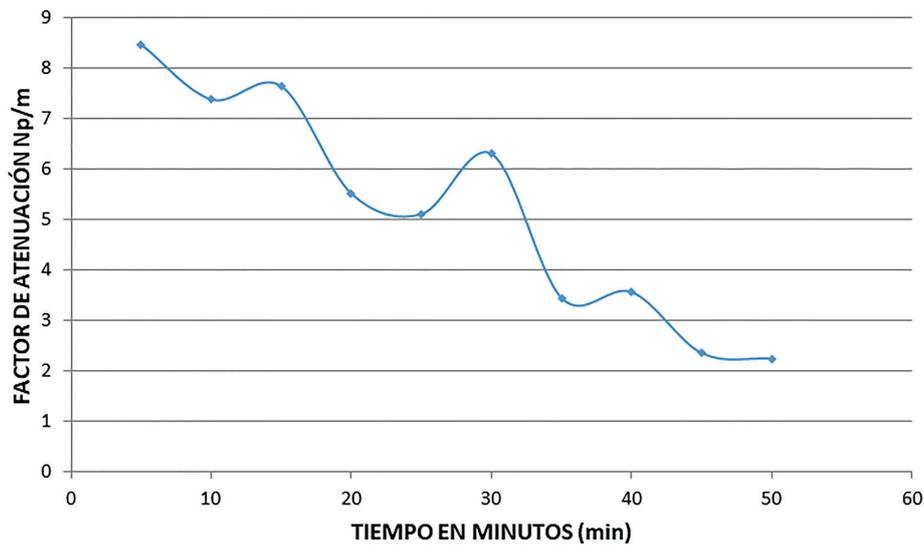
$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[ \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} - 1 \right]} \quad (12)$$

**Tabla 1.** Determinación experimental de las diferentes propiedades electromagnéticas de suspensión de  $TiO_2$

T, s TIEMPO	R x 10 <sup>6</sup> , Ohm RESISTENCIA	S/m CONDUCTI- VIDAD	adimensional SUSCEPTI- LIDAD	adimensional CONSTANTE DIELÉCTRICA	X 10 <sup>-10</sup> , F/m PERMITIVIDAD	X 10 <sup>-7</sup> , Tm/A PERMEABILI- DAD	X10 <sup>-1</sup> , Np/m ATENUACIÓN
0	11.2	0.09	0.85	60	5.3	1.9	8.48
5	12.2	0.09	0.87	61	5.4	1.6	7.39
10	12.8	0.08	0.84	62.1	5.5	2	7.65
15	13.8	0.08	0.91	67	5.9	1.1	5.52
20	15.2	0.08	0.92	71	6.3	1	5.12
25	16	0.07	0.83	74.3	6.6	1.9	6.31
30	17.2	0.06	0.93	75	6.6	8.8	3.45
35	18.3	0.05	0.89	76.5	6.8	1.4	3.57
40	20.6	0.03	0.86	80.2	7.1	1.8	2.36
45	21.2	0.02	0.71	81.5	7.2	3.6	2.25

Debido a que el modelo propuesto en la Ec. 11 está descrito en función del factor de atenuación [15-16] Ec. 12, el comportamiento de dicha variable en función de la concentración de  $TiO_2$  se muestra en la Figura 2. En ella se muestra la disminución al final del proceso que correspondería a la

desaparición de la especie contaminante y, por ende, a la traslucidez de la suspensión. Este comportamiento supone la estabilidad del proceso fotocatalítico, en la cual no se presentan mayores cambios de mineralización de las especies contaminantes presentes en la suspensión.



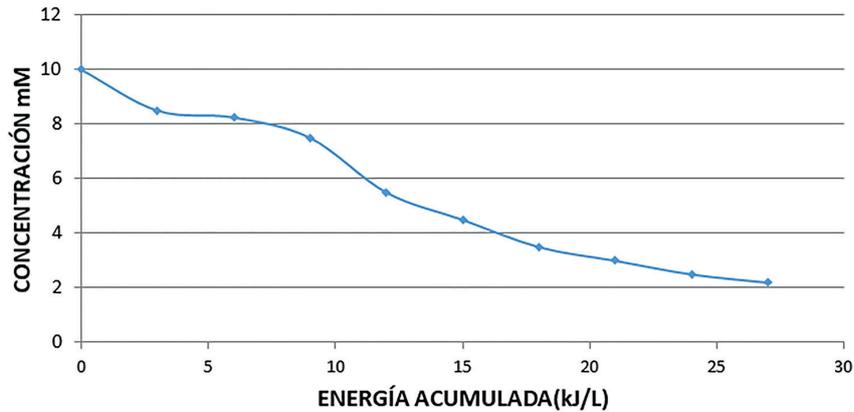
**Figura 2.** Variación de la atenuación respecto al tiempo para cada muestra.

Para realizar las mediciones presentadas en la Tabla 1, se dieron las condiciones reportadas [2], ácido oxálico con una concentración de 1 g/l, en agua desionizada, (concentración final de 10mM). Se tomaron las muestras de permitividad eléctrica, con un sistema de placas paralelas de acero inoxidable de área 10x5 cm, con una distancia de separación entre placas de 4 mm.

La permeabilidad magnética se midió estableciendo la dirección del campo magnético terrestre, mediante el uso de una brújula para ubicar de forma paralela al campo, los anillos de Helmholtz, luego se hizo circular corrientes continuas que atraviesan el conductor de los anillos de Helmholtz, identificando los cambios de dirección, mediante la brújula inmersa en una muestra de la solución. Se calculó la permeabilidad magnética. La medición de la conductividad eléctrica

se realizó utilizando un tubo de vidrio de sección transversal circular, cuyo diámetro interno era de 8 mm, con una longitud de 5 cm. Uno de los extremos se selló con una lámina metálica circular de acero inoxidable del mismo diámetro del tubo. El otro extremo se le diseñó una tapa plástica que albergaba una lámina metálica del mismo diámetro del tubo. Se midió la resistencia de muestra de la solución cada 5 minutos.

El factor de atenuación presenta una clara tendencia de disminución, debido a que las características electromagnéticas del medio en un principio corresponden a las del medio contaminado. Al transcurrir el tiempo, las características cambian en relación con el cambio que experimenta la suspensión, finalmente los cambios cesan cuando el sistema llega al equilibrio, lo que se ve representado en los últimos 4 datos que tienden a estabilizarse.

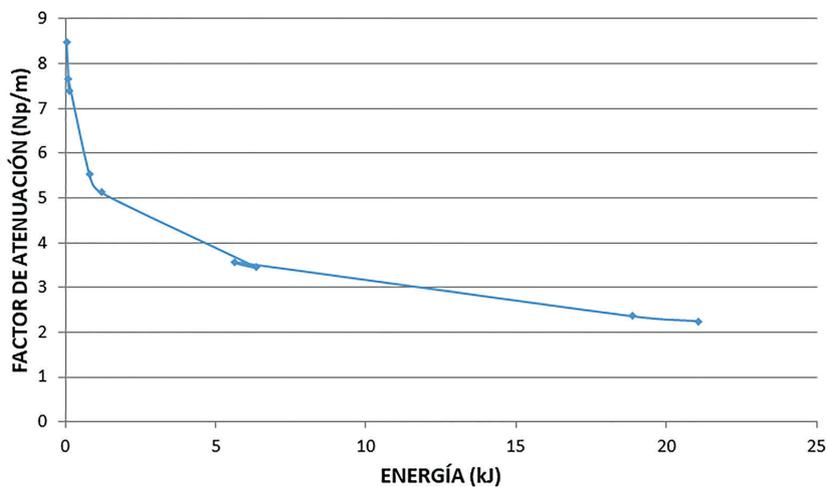


**Figura 3.** Variación de la concentración respecto a la energía acumulada.

Fuente: (Bandala *et al* 2)

La Figura 3 evidentemente presenta una disminución de la concentración del ácido oxálico con relación a la energía almacenada en la suspensión. El cambio de la concentración se presenta por la activación del semiconductor en la suspensión y los cambios que este ocasiona sobre la suspensión (mineralización). Para el modelo propuesto,

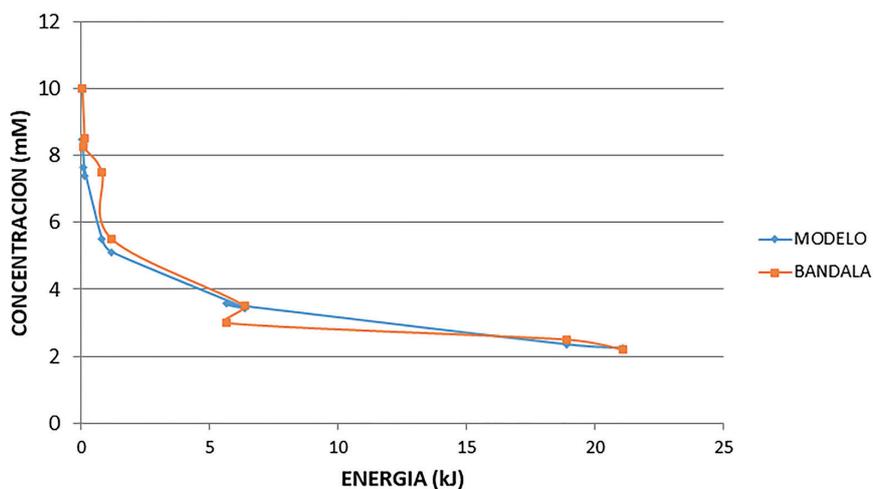
la suspensión con el semiconductor cambia y este cambio puede ser medido respecto a los cambios presentados sobre las variables electromagnéticas, lo cual se reflejará en la variación del factor de atenuación de la onda electromagnética. La figura 4 presenta dicha variación respecto a la energía calculada en la suspensión.



**Figura 4.** Variación del factor de atenuación de la onda electromagnética con respecto a la energía.

Las características electromagnéticas cumplen el papel de las características fisicoquímicas en los modelos de LVRPA, de tal manera que las tendencias de las gráficas

de la cinética de la concentración respecto a la energía acumulada y la gráfica de factores de atenuación respecto a la energía son similares, como lo refleja la Figura 5.



**Figura 4.** Comparación entre los datos reportados por Bandala *et al* [2] y el modelo propuesto.

El modelo propuesto hace énfasis en las características electromagnéticas, las cuales representan los cambios químicos de la suspensión, motivo por el cual las variaciones de las concentraciones químicas representarán variaciones de las características electromagnéticas de permitividad, conductividad y permeabilidad.

## Conclusiones

Al presentar este modelo para la absorción de fotones se realizó un cambio radical de enfoque. Las propiedades eléctricas y magnéticas del fluido, tales

como permeabilidad, permitividad y conductividad, asociadas al medio y la frecuencia de la radiación UV presentan una alternativa interesante de obtener la LVRPA, a todas luces importante en el moldeamiento de los fotoreactores. Existe una clara relación entre el factor de atenuación de la onda electromagnética con la concentración de ácido oxálico, lo que se ajusta con lo reportado por (Bandala *et. al* 2). El modelo desarrollado se contrastó con los datos reportados en la Figura 5, los que se ajustaron aproximadamente en un 85%, que representa un buen ajuste.

Las características electromagnéticas, claramente se relacionan con las

características químicas de la suspensión, para el caso reportado por (Bandala *et. al* 2) las características electromagnéticas se relacionan con la concentración de ácido oxálico. Dicho de otra forma, las características de permeabilidad, conductividad y permitividad reflejan las características químicas de concentración de la solución, es decir, se puede medir la concentración de ácido oxálico o medir las características electromagnéticas para obtener el factor de atenuación del medio.

Se presentó una tendencia evidentemente decreciente en el factor de atenuación obtenido mediante el modelo desarrollado, lo que se ajusta con lo esperado, ya que el medio al acuoso contaminado en su proceso de foto degradación deja de ser 'opaco' a la luz solar, motivo por el cual el factor de atenuación decrece. Debido a la acidez del medio, las láminas utilizadas para la toma de datos de permitividad eléctrica fueron parcialmente corroídas, al tiempo que emitieron al medio, iones que obviamente afectan la medida de la conductividad eléctrica y la permeabilidad magnética. Lo que claramente afecta la medición realizada.

En la naturaleza de la reacción, las características electromagnéticas cambian en forma permanente debido a los cambios sucesivos del medio contaminado. Con el modelo desarrollado se puede entonces predecir los cambios en el medio, conocidos algunos puntos para el factor de atenuación, lo que permite predecir el tiempo necesario para la foto degradación total.

El modelo propuesto, como una primera aproximación al problema, desestimó la dispersión y asumió que el medio era isotrópico (condición 3), lo que representa en la Ec. 1 que se pueda reducir a la Ec. 5, además toda la radiación incidente estaba en el espectro del UV, y no en el infrarrojo (el que se encarga de aumentar la temperatura del medio, cambiando así las características del mismo), es decir cambiando las características electromagnéticas del medio.

Las tomas de medidas de las características electromagnéticas, deberían llevarse a cabo permanentemente, ya que los dispositivos pueden estar inmersos en el sustrato. El ajuste del modelo con los datos reportados por (Bandala *et. al* 2) marcaron un error del 25%, lo que corresponde a los factores a continuación descritos:

- » Incorporar en el medio láminas de acero inoxidable, este desprende iones que entran a modificar el medio en las fronteras de los puntos donde se realiza la medida, para el caso de la medición de la permitividad magnética.
- » Para medir la conductividad, se sustrae parte del medio acuoso contaminado para incorporarlo en un recipiente diseñado para tal fin, motivo por el cual la característica de conductividad eléctrica corresponde a instantes antes del momento de la medida. Por lo anterior, la forma como debe medirse las características electromagnéticas del medio acuoso contaminado debe ser sin incorporar elementos que interfieran en la precisión de la medida.

## Referencias

- Bandala, R., Arancibia, C. A, Orozco S., L, Estrada, C. (2004). *Solar photoreactors comparison based on oxalic acid photocatalytic degradation*. *Solar Energy* 77. 503-512 p.
- Brucato, A., Rizzuti, L. (1997). *Simplified Modeling of Radiant Fields in Heterogeneous Photoreactors*. 1. Case of Zero Reflectance. *Ind. Eng. Chem. Res.* 1997, 36, 4740-4747 p.
- Brucatto, A., Cassano A., Grisafi F., Montante G., Rizzuti L., Vella G. (2006). Estimating Radiant Fields in Flat Heterogeneous Photoreactors by the Six-Flux Model, *Published on line september 15 in Wiley InterScience*. Recuperado de: [www.interscience.wiley.com](http://www.interscience.wiley.com).
- Colina, J., Machuca, F., Li G. (2010). *Radiation absorption and optimization of solar photocatalytic reactors for environmental applications*. Submitted to *Environmental Science & Technology*.
- Colina, J., Machuca F., Li G. (2010). *Radiation absorption and optimization of solar photocatalytic reactors for environmental applications*. *Environmental Science & Technology*.
- Colina, J., López, A., Machuca, F. (1992). *Modeling of direct solar radiation in a compound parabolic collector (CPC) with the ray tracing technique*. *Dyna*, year 77 Nro. 163, 132-140 p, ISSN 0012-7353. Medellín.
- Edminister, J. (1992). *Electromagnetismo*. McGraw Hill: USA. 181 p.
- Efimov, G., Kryzhevoi, V., Von, W., Wehrse, R. *Solution of the radiative transfer equation in the separable approximation*. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer* 94. 2005. 291-309 p.
- Gavrilovich, A., Radyno, N. (2006). Solution of the boundary-value problem for the equation of radiation transfer in a limited volume of a dispersion medium with a linear scattering indicatrix. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, Vol. 79, No. 2.
- Howell, J., Siegel, R. (1992). *Termal radiation heat transfer*. National Aeronautics and Space Administration- NASA. Washington.
- Martí, L., Bouza, J. Martínez, R., Hebden J. (2006). An investigation of the ability of modified radiative transfer equations to accommodate laws of geometrical optics. *Optics Communications* 266. 44-49 p.
- Peral, I. (1995). *Primer curso de ecuaciones diferenciales parciales*. Addison-Wesley. Universidad Autónoma de Madrid. España. 17 p.
- Shibanov, E. 2005. Numerical method for the solution of the equation of radiation transfer. Reflection and transmission coefficients for an optically thin plane-

- parallel layer. *Physical Oceanography*, Vol. 15, No. 3.
- Spiegel, M. (1959). Vector analysis. McGraw Hill: New York. 250-260 p.
- Tanaka T. (2005). A solution of radiative transfer in isotropic plane-parallel atmosphere by integrating Milne equation. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer* 95. 71-91p.
- Wangsness R. (1999). *Electromagnetic Fields*. Limusa S.A: Arizona. 434 p.